Štvorec na deterministických, alternujúcich a booleovských automatoch

Ivana Krajňáková, RNDr. Galina Jirásková, Csc.
Prírodovedecká fakulta, Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach

Motivácia

Pod štvorcom jazyka rozumieme zreťazenie jazyka samého so sebou. V práci N. Rapersada (2006) bol popísaný binárny jazyk akceptovaný n stavovým automatom s jediným koncovým stavom, ktorý je ťažký pre operáciu štvorec, t. j. automat pre štvorec tohto jazyka má najviac stavov zo všetkých ostatných automatov pre štvorce n stavových automatov.

Ako bude vyzerať ťažký jazyk pre štvorec, ak si povieme, že musí mať viac koncových stavov?

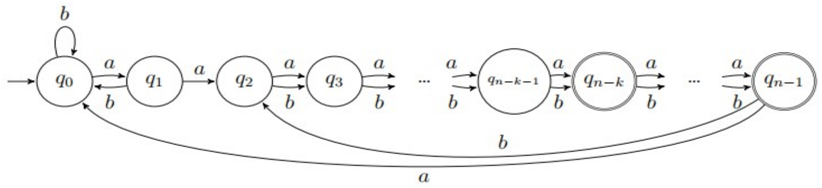
Našou úlohou bude nájsť pre každé $n \geq 2$ a $k \leq n-2$ taký binárny jazyk, akceptovaný deterministickým n stavovým automatom s k koncovými stavmi, ktorého automat pre štvorec potrebuje $(n-k)2^n + k2^{n-1}$ stavov.

Riešenie

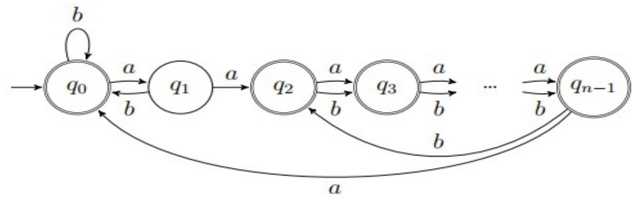
1. z výpočtov na 2-,3-,4-,5-stavových binárnych automatoch vieme, že také automaty sú
2. umelé preznačovanie stavov za koncové v Rampersadovom automate nepomáha, musíme zväčšiť abecedu :(
3. bližšou analýzou výpočtov sme dokázali zovšeobecniť binárny automat s n stavmi, kde je k koncových, ktorý je ťažký pre štvorec
4. ak však v automate máme takmer všetky stavy koncové, až na jeden, tak automat pre štvorec takýchto automatov vždy potrebuje menej stavov

Nájdené automaty

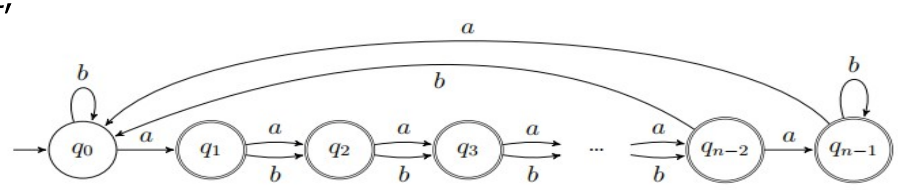
1. Deterministický n stavový automat A s k koncovými stavmi, ktorého štvorec potrebuje $(n-k)2^n + k2^{n-1}$ stavov.



2. Deterministický n stavový automat s jediným nekoncovým stavom, kde počiatočný stav je koncový. Jeho štvorec potrebuje $(n+2)2^{n-2}$ stavov.



3. Deterministický n stavový automat, kde všetky stavy okrem počiatočného sú koncové. Jeho štvorec potrebuje $(n+3)2^{n-2}-1$ stavov.



Využite

V roku 1990 páni Fellah, Jürgensen a Yu odvodili, že alternujúci automat zreťazenia dvoch jazykov, akceptovaných m a n stavovými alternujúcimi automatmi, môže mať najviac 2^m+n+1 stavov. V prípade štvorca 2^n+n+1 stavov. Problém, či naozaj aj také jazyky existujú však zostal otvorený.

Jazyk akceptovaný deterministickým automat A s 2^n stavmi a polovicou stavov koncových potrebuje v alternújcom automate n stavov a jeho štvorec na alternujúcom stroji až 2^n+n+1 stavov.

Ak si zoberieme dva automaty rovnakej štruktúry ako v A, ale jeden s 2^m stavmi a druhý s 2^n stavmi, potom ich alternujúce stroje potrebujú m a n stavov a alternujúci automat pre ich zreťazenie potrebuje presne 2^m+n+1 stavov.

Týmto sme vyriešili otvorený problém existencie ťažkých jazykov pre štvorec a zreťazenie na alternujúcich automatoch.